

Задачи для подготовки к семестровой контрольной

«Алгебра логики, комбинаторика, теория графов» (ФУПМ)

«Дискретный анализ» (ФРТК)

Преамбула

Контрольная пройдёт в воскресенье 2 декабря с 10:30 до 14:00 (общее время, включая рассадку по аудиториям, выдачу вариантов и сбор работ). О распределении по аудиториям будет сообщено позднее. На контрольной нельзя использовать никакие вспомогательные материалы! В случае обнаружения справочных материалов (шпаргалок), мобильного телефона (или иной техники), студент будет удалён с контрольной, а за контрольную будет выставлена оценка 0 (хуже, чем «неуд (1)»).

В контрольной будет три типа задач. Задачи первого типа требуют только ответ и затрагивают классические факты из курса. В задачах второго типа требуется сформулировать определение и ответить на контрольный вопрос. Задачи третьего типа — содержательные задачи на владение материалом курса, подобные задачам из классных и домашних работ.

В контрольную войдут все темы до графов включительно (первая невошедшая тема — вероятность).

При подготовке к контрольной помните, что вряд ли хотя бы одну задачу получится решить правильно, если вы не знаете определений.

Вариант для подготовки

В скобках после номера задачи указано число баллов за задачу. На контрольной будет вариант, близкий по духу к данному, однако число задач может отличаться, как и соответствие задач темам.

Приведите ответ (обоснование не требуется).

Не обязательно приводить в ответе число в десятичной записи, если в условии не требуется численный ответ.

1(1). Известно, что вектор значений булевой функции f имеет вид $0?10?1?1$, где $?$ — это 0 или 1. Найдите число всевозможных функций f .

2(1). Сколько существует подмножеств из 5-элементов у 10-элементного множества? Ответом должно быть число.

3(2). Сколько не обязательно осмысленных слов можно получить переставляя буквы в слове «ГОЛОСЛОВНЫЙ»?

4(2). Найдите число инъекций из множества $\{1, 2, \dots, 7\}$ в $\{1, 2, \dots, 10\}$.

5(2). Найдите число различных правильных раскрасок графа-пути длины 5 в три цвета.

Приведите определение и обоснованно ответьте на вопрос.

6 (3). Монотонная булева функция. Известно, что вектор значений булевой функции f имеет вид $0?10?1?1$, где $?$ — это 0 или 1. Найдите число монотонных функций f .

7 (3). Транзитивность. Являются ли отношения $P = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 0)\}$ и $Q = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$ на множестве $\{0, 1, \dots, 7\}$ транзитивными?

8 (4). Формула включений-исключений. Найдите число биекций $f : \{0, 1, \dots, 9\} \rightarrow \{0, 1, \dots, 9\}$, таких что $f(0) > 1$, а $f(9) < 8$.

Приведите обоснованные решения

9 (5). Про множества A, B, C известно, что $A \cap B \subseteq C \setminus (A \cup B)$. Верно ли, что тогда $A \subseteq A \Delta B$? (Δ обозначает симметрическую разность множеств.)

10 (5). Существует ли граф на семи вершинах со степенями вершин $(1, 2, 2, 2, 5, 5, 5)$?

11 (6). Докажите, что на рёбрах связного графа можно так ввести ориентацию, что некоторая вершина останется достижима из любой другой.

12 (6). В графе на 100 вершинах, каждая из которых имеет степень 3, есть ровно 600 подграфов, которые являются графами-путями длины 3. Сколько в этом графе подграфов, которые являются графами-циклами длины 3?

13 (6). Найдите число сюръекций из множества $X = \{1, \dots, 8\}$ на множество $Y = \{1, \dots, 4\}$, таких что полный прообраз хотя бы двух элементов из Y состоит из трёх элементов.)