**ПРОГРАММА КУРСА “Теория вероятностей”**

1. Интуитивные предпосылки теории вероятностей. Множество элементарных исходов опыта, событие. Классическое и статистическое определение вероятности. Математическое определение вероятности. Алгебра и сигма-алгебра событий, минимальная сигма-алгебры. Аксиомы теории вероятностей и следствия из них. Вероятностное пространство.
2. Теорема непрерывности вероятности. Теорема сложения вероятностей. Зависимые и независимые события. Условная вероятность события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Леммы Бореля–Кантелли. Закон “0–1” Колмогорова.
3. Случайная величина как измеримая функция. Функция распределения случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Плотность распределения вероятностей.
4. Формула включений-исключений. Конкретные распределения случайных величин. Схема Бернулли, геометрическое и биномиальное распределение. Простейший поток событий и распределение Пуассона. Показательное, равномерное, нормальное, log-нормальное и отрицательно-биномиальное распределения. Бета-распределение и гамма-распределение.
5. Случайный вектор. Функция распределения случайного вектора. Зависимые и независимые случайные величины, условные законы распределения. Функции случайных величин. Невырожденное функциональное преобразование случайного вектора.
6. Интеграл Стилтьеса. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Моменты случайной величины. Условное математическое ожидание. Корреляционная матрица случайного вектора. Коэффициент корреляции двух случайных величин.
7. Характеристическая функция и ее свойства. Связь моментов случайной величины с ее характеристической функцией. Разложение характеристической функции в ряд.
8. Сходимость последовательностей случайных величин с вероятностью единица (почти наверное), порядка p (в среднем квадратичном), по вероятности, по распределению. Соотношение между различными типами сходимости.
9. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Критерий Колмогорова. Теоремы Хинчина и Чебышева. Усиленный закон больших чисел. Теорема Колмогорова и Бореля. Оценивание скорости сходимости частоты к вероятности в схеме Бернулли. Неравенство Бернштейна.
10. Интегральная и локальная теоремы Myавра–Лапласа. Дискретная поправка. Теорема Линдберга. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин. Центральная предельная теорема в форме Натана. Условие Ляпунова. Теорема Гливенко.

**Литература**

1. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974.120 c.

2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 1, 2. М.: Мир, 1984. 528 с.

3. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986. 432 с.

4. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М: Наука, 1988. 451 с.

5. Натан А.А., Горбачев О.Г., Гуз С.А. Теория вероятностей: учеб. пособие. М.: МЗ Пресс–МФТИ, 2007. 174 с.

6. Натан А.А., Горбачев О.Г., Гуз С.А. Основы теории случайных процессов: учеб. пособие. М.: МЗ Пресс–МФТИ, 2003. 163 с.

7. Натан А.А., Горбачев О.Г., Гуз С.А. Математическая статистика: учеб. пособие. М.: МЗ Пресс–МФТИ, 2005. 156 с.

8. Розанов Ю.А. Лекции по теории вероятностей. Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2008. 134 с.

9. Чеботарев А.М. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику для физиков. М.: МФТИ, 2009. 250с с.

10. Малышев В.А. Кратчайшее введение в современные вероятностные модели. М.: Изд-во мехмата МГУ, 2009. http://mech.math.msu.su/ malyshev/Malyshev/Lectures/course.pdf 11. DurrettR.Probability:TheoryandExamples.CambridgeUniv.Press,2010.

12. Ширяев А.Н. Вероятность. В 2-х кн. М.: МЦНМО, 2011. 968 c.

13. Шень А. Вероятность: примеры и задачи. М.: МЦНМО, 2012. 72 c.

14. Босс В. Лекции по математике: Вероятность, информация, статистика. Т. 4 (см. также Т. 10, 12). М.: УРСС, 2013. 216 c.

15. Коралов Л.Б., Синай Я.Г. Теория вероятностей. Случайные процессы. М.: МЦНМО, 2013. 408 c.

16. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высшая школа, 1979. 400 c.

17. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. М.: Наука, 1986. 528 c.

18. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. М.: Наука, 1989. 320 c.

19. Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т. 1. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики. М.: МЦНМО, 2007. 456 c.

20. Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т.2. Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов. М.: МЦНМО, 2010. 550 c.

21. Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т.3. Теория информации и кодирования. М.: МЦНМО, 2014. 568 c.

22. Ширяев А.Н. Задачи по теории вероятностей. М.: МЦНМО, 2011. 416 c.

23. Ширяев А.Н., Эрлих И.Г., Яськов П.А. Вероятность в теоремах и задачах. М.: МЦНМО, 2013. 648 c.

24. Кац М. Вероятность и смежные вопросы в физике. М.: Мир, 1965. 409 с.

25. Секей Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. М.: РХД, 2003. 272 с.

26. Стоянов Й. Контрпримеры в теории вероятностей. М.: МЦНМО, 2012. 294 с.

27. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Основание информатики. М.: Мир; Бином. Лаборатория знаний, 2009. 703 с.

28. Ландо С.К. Лекции о производящих функциях. М.: МЦНМО, 2007. 144 c.

29. Кингман Дж. Пуассоновские процессы. М.: МЦНМО, 2007. 136 c.

30. DasGupta A. Asymptotic theory of statistic and probability. Springer, 2008. 687 p. 31. Flajolet P., Sedgewick R. Analytic combinatorics. Cambridge Univ. Press, 2009. 810 p. http://algo.inria.fr/ﬂajolet/Publications/book.pdf

32. Гардинер К.В. Стохастические модели в естественных науках. М.: Мир, 1986. 591 c.

33. Ethier N.S., Kurtz T.G. Markov processes // Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2005.

34. Sandholm W. Population games and Evolutionary dynamics. Economic Learning and Social Evolution. Cambridge: MIT Press, 2010.

35. Михайлов Г.А., Войтишек А.В Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М.: Академия, 2006. 368 c.

36. Levin D.A., Peres Y., Wilmer E.L. Markov chain and mixing times. Providence: AMS, 2009. 387 p.

37. Алон Н., Спенсер Дж. Вероятностный метод. М.: Бином, 2011. 320 c.