Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

«Московский физико-технический институт

(национальный исследовательский университет)»

УТВЕРЖДЕНО

Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2024 г.

# ПРОГРАММА

по дисциплине: **Оптимизация в анализе данных:**

**дополнительные главы**

по направлению подготовки:

**03.03.01 «Прикладные математика и физика»**

физтех-школа: **ФПМИ**

кафедра: **математических основ управления**

курс: 4, 5

семестры: 8, 10

лекции – 30 часов Диф. зачет/ экзамен – 8, 10 семестры

практические (семинарские)   
занятия – нет

лабораторные занятия – нет

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 30 Самостоятельная работа

– 30 часов

# Программу составили:

д.ф.-м.н., доцент Стонякин Ф.С.

Программа принята на заседании

кафедры математических основ управления

12 января 2024 года

Заведующий кафедрой А.В. Гасников

1. Введение. Задачи нелинейной оптимизации: нижние оценки и оптимальные алгоритмы.

Общая постановка задачи нелинейной оптимизации. Выпуклая и невыпуклая оптимизация. Примеры оптимизационных задач, возникающих в анализе данных: линейная и нелинейная регрессия и бинарная классификация. Нижние оценки аналитической сложности в пространствах больших размерностей (обзор): гладкие и негладкие задачи. Градиентный метод: невыпуклые, выпуклые и сильно выпуклые задачи. Ускоренные методы для задач выпуклой и сильно выпуклой гладкой оптимизации. Метод тяжёлого шарика, быстрый градиентный метод. Техника рестартов. Оптимальные ускоренные методы гладкой выпуклой минимизации. Субградиентные методы для задач негладкой оптимизации (обзор).

1. Адаптивные методы первого порядка для некоторых классов задач оптимизации.

Адаптивный неускоренный градиентный метод: выпуклый и невыпуклый случай. Адаптивный метод подобных треугольников. Универсальные градиентные методы. Оценки скорости сходимости (обзор). Адаптивные субградиентные методы для задач выпуклой минимизации общего вида. Шаг Б.Т. Поляка в субградиентном методе и его приложения в задачах регрессии, а также при отыскании общей точки системы множеств. Относительная гладкость и относительная сильная выпуклость. Примеры прикладных задач: матричные уравнения, D-оптимальный план эксперимента. Адаптивный градиентный метод для относительно гладких оптимизационных задач. Обсуждение результатов экспериментов. Задачи централизованной оптимизации в предположении схожести слагаемых: подход с использованием относительной гладкости и сильной выпуклости. Относительная непрерывность (липшицевость) в оптимизации. Примеры: геометрические задачи, а также задача бинарной классификации методом опорных векторов. Субградиентные методы для относительно липшицевых задач.

1. Вариационные неравенства и седловые задачи. Условия разрешимости и примеры прикладных задач.

Понятие вариационного неравенства. Результаты об условиях разрешимости вариационных неравенств. Примеры задач, приводящих к вариационным неравенствам. Задача отыскания седловой точки. Приложения: лагранжевы седловые задачи, матричные игры, задача совместного использования ресурсов, обучение генеративно-состязательных сетей (GAN).

1. Методы первого порядка для вариационных неравенств и седловых задач.

Нижние оценки сложности методов первого порядка для вариационных неравенств. Проекционный метод для вариационных неравенств, оценка скорости сходимости для сильно монотонных липшицевых операторов. Экстраградиентный метод и его сравнение с проекционным методом. Проксимальный зеркальный метод А.С. Немировского. Адаптивный и универсальный варианты проксимального зеркального метода А.С. Немировского для вариационных неравенств с монотонными операторами. Теоретические оценки скорости сходимости методов для монотонных операторов: случаи липшицева, ограниченного и относительно липшицева оператора. Методы для вариационных неравенств с сильно монотонными операторами. Анализ результатов некоторых вычислительных экспериментов. Градиентные методы с неточным оракулом. Ускоренные методы для сильно выпукло-вогнутых седловых задач. Стохастические методы первого порядка для вариационных неравенств и седловых задач.

1. Избранные подходы к задачам невыпуклой оптимизации. Локальные и глобальные минимумы.

Градиентный метод для гладких невыпуклых задач, оценка скорости сходимости с использованием нормы градиента. Проблема нахождения глобального минимума. Обобщения выпуклости, допускающие хорошие глобальные оценки скорости сходимости: квазивыпуклость, слабая выпуклость. Примеры квазивыпуклых и слабо выпуклых задач анализа данных. Субградиентные методы для квазивыпуклых задач (подход Ю.Е. Нестерова), оценки скорости сходимости. Субградиентные методы для слабо выпуклых задач с острым минимумом, теоретический результат о линейной скорости сходимости. Релаксации сильной выпуклости: условия градиентного доминирования и квадратичного роста, теоретический результат о линейной скорости сходимости. Пример: нелинейные системы. Задачи геометрического программирования. Эвристические алгоритмы невыпуклой оптимизации: метод имитации отжига и генетические алгоритмы.

**Литература**

*Основная*

1. *Гасников А.В.* Современные численные методы оптимизации. Метод универсального градиентного спуска: Учеб. пособие. – Москва : МЦНМО, 2021. – 272 с.
2. *Поляк Б.Т.* Введение в оптимизацию: Учеб. пособие для вузов. – Москва: Наука, 1983. – 384 с.
3. *Нестеров Ю.Е.* Введение в выпуклую оптимизацию. – Москва : МЦНМО, 2010. – 280 с.
4. *A. Bеck.* First-Ordеr Mеthods in Optimization. // MOS-SIAM. – 2017. – 475 с.
5. *Bubeck S.* Convex optimization: algorithms and complexity // Foundations and Trends in Machine Learning. – 2015. – V. 8, N 3-4. – P. 231–357.

*Дополнительная литература*

1. *Гyдфеллоy Я., Бенджио И., Кyрвилль А.* Глyбокое обyчение. 2-е изд., исправл. – Москва : ДМК-Пресс, 2018. – 652 с.
2. *Жадан В.Г.* Методы оптимизации. Ч. 3: Дополнительные главы. – Москва : МФТИ, 2017. – 244 с.
3. *Boyd S., Vandenberghe L.* Convex optimization. – New York : Cambridge University Press, 2004. – 730 с.
4. *Facchinei F., Pang J. S.* Finite-dimensional variational inequality and complementarity problems. – Nеw York : Springer-Verlag, 2003. – 693 с.
5. *Scutari G., Palomar D., Facchinei F., Pang J.* Convex Optimization, Game Theory, and Variational Inequality Theory. // IEEE Signal Processing Magazine. – 2010. – V. 27(3). – P. 35-49.
6. *Nemirovski A.* Prox-method with rate of convergence O(1/T) for variational inequalities with Lipschitz continuous monotone operators and smooth convex-concave saddle point problems. // SIAM J. Optim. – 2004. – V.15, № 1. – P. 229 – 251.

Подписано в печать 19.01.2024. Формат 60  84 1/16. Усл. печ. л. 0,4

Уч.-изд. л. 0,4. Тираж 100 экз. Заказ № 91.

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования   
«Московский физико-технический институт

(национальный исследовательский университет)»

141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Тел. (495) 408-58-22, e-mail: [rio@mipt.ru](mailto:rio@mipt.ru)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»

141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Тел. (495) 408-84-30, e-mail: [polygraph@mipt.ru](mailto:polygraph@mipt.ru)