Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

«Московский физико-технический институт

(национальный исследовательский университет)»

УТВЕРЖДЕНО

Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2024 г.

# ПРОГРАММА

по дисциплине: **Методы выпуклой оптимизации в решении** **выпуклых и невыпуклых задач**

по направлению подготовки:

 **03.03.01 «Прикладные математика и физика»**

физтех-школа: **ФПМИ**

кафедра: **математических основ управления**

курс: 4, 5

семестры: 8, 10

лекции – 30 часов Диф. зачет/ экзамен – 8, 10 семестры

практические (семинарские)
занятия – 30 часов

лабораторные занятия – нет

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 60 Самостоятельная работа

 – 30 часов

# Программу составили:

д.ф.-м.н. Хильдебранд Р.

Программа принята на заседании

кафедры математических основ управления

12 января 2024 года

Заведующий кафедрой А.В. Гасников

1. Базовая теория. Классы задач оптимизации. Простые методы.

 Векторные и аффинные пространства, топология, нормы, скалярные произведения, двойственность, аффинная оболочка, относительная внутренность. Выпуклые множества и конусы и операции над ними, выпуклая оболочка, расстояние до выпуклого множества. Опорные плоскости, теоремы отделимости, фасады и экстремальные точки и лучи. Поляра. Формализация задач оптимизации. Типы ограничений, функций цены. Классификация задач оптимизации. Сложность задачи оптимизации. Пакеты программного обеспечения для решения задач. Решение простейшей задачи квадратичной оптимизации. Минимизация линейного функционала на эллипсоиде. Методы решения задач в размерности. Метод эллипсоидов

1. Линейное программирование. Коническое программирование.

 Полиэдры и полиэдральные конусы, политопы, симплекс, ортант. Сильная двойственность, теорема об альтернативе. Сложность представления полиэдра, поднятия, теорема Яннакакиса. Задача ЛП в стандартном виде, двойственная задача. Симплекс-метод, двойственный симплекс-метод и другие методы активных ограничений. Методы внутренней точки, центральный путь, прямо-двойственные методы. Методы решения задач линейной комплементарности и выпуклых квадратичных задач с линейными ограничениями. Прикладные задачи, сводящиеся к задаче ЛП, равномерное приближение на сетке, оптимальное распределение ресурсов, задача о максимальном потоке, восстановление разреженного сигнала. Линейные релаксации невыпуклых задач, методы решения смешанно-целочисленных ЛП, метод ветвлений и ограничений. Стандартный вид конической программы. Конуса Лоренца и конично-квадратичные задачи, матричные конусы и полуопределённое программирование, симметричные конуса. Самосогласованные барьеры, универсальные конструкции барьеров. Двойственность Лежандра. Методы внутренней точки для программ над симметричными и несимметричными конусами, методы редукции потенциала, методы с недопустимым стартом. Представимость одного конуса через другой, поднятия, представимость функций и ограничений, S-лемма.

1. Робастная оптимизация.

 Робастный аналог конической программы, его сведение к обычной конической программе, конусы положительных отображений. Конично-квадратичные представления робастных линейных программ. Полуопределённые релаксации робастных конично-квадратичных и полуопределённых программ, матричный эллипсоид и матричный куб.

1. Приложения конического программирования. Релаксации невыпуклых задач.

 Описанный эллипсоид минимального объёма, вписанный эллипсоид максимального объёма, оптимизация топологии фермы, построение функций Ляпунова, построение регулятора для линейных динамических систем. Аппроксимации сложных невыпуклых задач выпуклыми. Задача о максимальном разрезе, рандомизированная процедура Гёманса-Виллиамсона, теоремы Нестерова и Немировского о качестве релаксаций задачи максимизации квадратичной формы на кубе. Релаксации комбинаторных задач. Релаксации представляющих задачу о максимальной клике коположительных программ.

1. Полиномиальная оптимизация.

 Конусы положительных полиномов и сумм квадратов. Специальные случаи, в которых релаксация суммами квадратов точна. Политоп Ньютона. Релаксации полиномиальных задач, основанные на суммах квадратов. Внутренние и внешние моментные релаксации.

**Литература**

*Основная*

1. *Воронцова Е.А., Хильдебранд Р., Гасников А.В., Стонякин Ф.С.* Выпуклая оптимизация. – Москва : МФТИ, 2021. – 364 c.
2. *Нестеров Ю.Е.* Введение в выпуклую оптимизацию. – Москва : МЦНМО, 2010. – 280c.

*Дополнительная литература*

1. *Поляк Б.Т.* Введение в оптимизацию: Учеб. пособие для вузов. – Москва : Наука, 1983. – 384 с.
2. *Жадан В.Г.* Методы оптимизации. Ч. 3: Дополнительные главы. – Москва : МФТИ, 2017. – 244 с.
3. *Бирюков А.Г.* Методы оптимизации. Условия оптимальности в экстремальных задачах: Учеб. пособие для вузов. – Москва : МФТИ, 2010. – 225 с.

Подписано в печать 19.01.2024. Формат 60  84 1/16. Усл. печ. л. 0,25

Уч.-изд. л. 0,25. Тираж 100 экз. Заказ № 92.

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт

 (национальный исследовательский университет)»

141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Тел. (495) 408-58-22, e-mail: rio@mipt.ru

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»

141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Тел. (495) 408-84-30, e-mail: polygraph@mipt.ru