

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной  
и методической работе  
Д. А. Зубцов  
02 июля 2014 г.

## ПРОГРАММА

по дисциплине: **Колмогоровская сложность и ее приложения.**  
по направлению: 010900 «Прикладные математика и физика»  
факультет: **ФУПМ**  
кафедра: **математических основ управления**  
курс: 4  
семестры: 7  
Трудоёмкость: базовая часть – 0 зач. ед.  
вариативная часть – 2 зач. ед.,  
по выбору студента – 0 зач. ед.  
лекции – 34 часа Экзамен – нет  
практические (семинарские)  
занятия – 17 часов Диф. зачет – 7 семестр  
лабораторные занятия – нет  
Самостоятельная работа – 7 час.

ВСЕГО ЧАСОВ – 51

Программу составил:  
д. ф.-м. н., профессор В. В. Вьюгин

Программа принята на заседании  
кафедры математических основ управления  
18 апреля 2014 года

Заведующий кафедрой

С. А. Гуз

## **I. Элементы классической теории информации**

1. Энтропия Шеннона, условная энтропия, количество информации и их свойства. Расстояние Кульбака–Лейблера.
2. Коды Хаффмана, коды Шеннона–Фано и их свойства.
3. Кодирование с ошибками. Теорема Шеннона. Энтропия текстов.

## **II. Определение колмогоровской сложности и ее свойства**

4. Алфавиты, конструктивные объекты, их примеры. Понятие алгоритма, вычислимые функции, Формализация понятия алгоритма: частично-рекурсивные функции, машины Тьюринга и др. Идея построения универсальной машины Тьюринга. Универсальная функция.
5. Простая колмогоровская сложность. Теорема инвариантности (теорема существования). Простейшие свойства колмогоровской сложности. Невычислимость сложности. Верхние оценки сложности.
6. Сложность пары конечных объектов. Условная сложность. Теорема Колмогорова–Левина о сложности пары.
7. Количество информации. Свойство симметричности функции информации. Энтропия Шеннона. Связь сложности и энтропии Шеннона.

## **III. Алгоритмическая теория информации для бесконечных последовательностей (конструктивная теория вероятностей)**

8. Асимптотические свойства простой колмогоровской сложности на начальных отрезках бесконечных последовательностей.
9. Конструктивный анализ теории вероятностей. Пространство бесконечных двоичных последовательностей, задание мер на нем. Вычислимые меры. Эффективно нулевые множества. Существование максимального по включению эффективно-нулевого множества. Случайность по Мартин-Лефу. Дефект случайности.

10. Логика теории вероятностей. Законы теории вероятностей, их формулировки для индивидуальных случайных последовательностей. Закон больших чисел и закон повторного логарифма.

11. Методы кодирования: код Шеннона и код Хаффмана. Неравенство Крафта. Префиксная сложность, ее существование и свойства.

12. Перечислимые множества и предельно вычислимые функции. Априорная полумера на конечных последовательностях и ее связь с префиксной сложностью. Префиксные машины Тьюринга (машины с самоограниченным входом). Соотношение между префиксной и простой колмогоровской сложностью.

13. Условная префиксная сложность. Представление префиксной сложности пары. Количество информации и префиксная сложность. Симметричность функции информации.

14. Монотонная сложность, ее существование. Вычислимые монотонные операции на последовательностях. Соотношение между монотонной, префиксной и простой колмогоровской сложностями.

15. Эквивалентные определения случайной по Мартин-Лефу последовательности с помощью префиксной и монотонной сложности (теорема Левина–Шнора).

16. Априорная перечислимая полумера на последовательностях, ее построение и свойства. Связь с монотонной сложностью. Определение случайной последовательности с помощью априорной полумеры. Перечислимые снизу супермартингалы. Вычислимые мартингалы.

#### **IV. Дополнительные вопросы алгоритмической теории информации**

17. Сложностные доказательства законов больших чисел, закона повторного логарифма.

18. Эргодическая теорема Биркгофа, ее неконструктивные и конструктивные аспекты. Теорема Шеннона–Макмиллана–Бреймана.

## Литература

1. *Вьюгин В.В.* Колмогоровская сложность и алгоритмическая случайность: учебное пособие. – М. : МФТИ, 2012
2. *Успенский В.А., Верещагин Н.К., Шень А.* Колмогоровская сложность и алгоритмическая случайность. – М. : МЦНМО, 2010. – 556 с.  
<http://www.lif.univmrs.fr/~ashen/nafit/kolmbook.pdf>
3. *Верещагин Н.К., Щетин Е.В.* Информация, кодирование и предсказание. – М. : МЦНМО, 2012.

## Дополнительная литература

4. *Li M., Vitanyi P.* An Introduction to Kolmogorov Complexity and its Applications. – 2nd ed. – New York: Springer Verlag, 1997.
5. *Vyugin V.V.* Algorithmic complexity and stochastic properties of finite binary sequences // The Computer Journal, 1999, – V. 42, N 4. – P. 294–317. <http://www.iitp.ru/upload/publications/1629/surv3.pdf>
6. *Колмогоров А.Н.* Три подхода к определению понятия // Проблемы передачи информации. – 1965. – Т.1, N 1. – С. 3–11.

Подписано в печать 02.07.2014. Формат  $60 \times 84 \frac{1}{16}$ . Усл. печ. л. 0,25. Тираж 150 экз. Заказ № 242. Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)» Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»  
141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9  
E-mail: [rio@mail.mipt.ru](mailto:rio@mail.mipt.ru)