Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

«Московский физико-технический институт

(национальный исследовательский университет)»

УТВЕРЖДЕНО

Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2024 г.

# ПРОГРАММА

по дисциплине: **Прикладная математика:**

**искусство и ремесло вычислений**

по направлению подготовки:

**03.03.01 «Прикладные математика и физика»**

физтех-школа: **ФПМИ**

кафедра: **математических основ управления**

курс: 3, 4, 5

семестры: 6, 8, 10

лекции – 30 часов Диф. зачет/экзамен – 6, 8, 10 семестры

практические (семинарские)   
занятия – 30 часов

лабораторные занятия – нет

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ – 60 Самостоятельная работа

– 120 часов

# Программу составил:

д.ф.-м.н. Гордин В.А.

Программа принята на заседании

кафедры математических основ управления

12 января 2024 года

Заведующий кафедрой А.В. Гасников

1. Конечно-разностные уравнения и итерационные процессы.

Банковский процент, размножение при отсутствии лимитирующих факторов, последовательность Фибоначчи, комбинаторные приложения. Гамма-функция и уравнения с переменными коэффициентами. Размерность пространства решений. Постоянные коэффициенты: простые и кратные корни характеристического уравнения. Системы разностных уравнений. Модель Лесли. Марковские цепи и перераспределение вероятностей. Задача о часах. Методы Герона, Ньютона, Ньютона – Рафсона. Множество стационарных точек, периодические решения. Бассейны притяжения. Фракталы.

2. Краевая задача для разностного уравнения. Игра с нулевой суммой.

3. Нелинейные ОДУ для моделей естествознания.

Модели Лотки – Вольтерры, фон Берталанфи, Ферхюльста (мягкий и жесткий планы вылова), Ланкастера, хим. кинетики, борьбы видов за общий ресурс. Дискретный аналог модели Ферхюльста. Бифуркации.

4. Краевые задачи и задачи Штурма – Лиувилля для ОДУ. Примеры задач. Приведение к самосопряженному виду. Свойства спектра. Теорема Фишера – Куранта. Теоремы Штурма. Теория возмущений линейных операторов и ее приложения.

5. ОДУ с особенностями.

Уравнения типа Эйлера. Регулярные особые точки. Определяющее уравнение. Теория Фробениуса. Примеры специальных функций.

6. Задачи с малым параметром. Сингулярные возмущения ОДУ. Методы стационарной фазы и перевала.

7. Преобразование Фурье.

8. Обобщенные функции

9. Линейные уравнения в частных производных: переноса, волновое, колебаний стержня. Формула Даламбера.

10. Задача Коши для уравнений в частных производных (УрЧП). Теорема Коши – Ковалевской. Корректность задачи Коши. Уравнения не типа Коши – Ковалевской. Пример Адамара. Теорема Тихонова. Смешанная краевая задача и условия Шапиро – Лопатинского. Применение преобразования Фурье для получения интегральных формул для задачи Коши.

11. Квазилинейные и нелинейные УрЧП. Характеристики. Градиентная катастрофа. Условия Гюгонио – Ренкина.

12. Автомодельные решения. Уравнения КдФ и ФКПП. Первые интегралы.

13. Интегральные уравнения Фредгольма. Некорректность и регуляризация.

14. Случайные процессы и поля и их интерполяция. Применение в геофизике.

15. Разностные схемы типа Рунге – Кутты для ОДУ.

16. Разностные схемы для краевой задачи. Компактные схемы.

17. Компактная аппроксимация уравнений Пуассона и Гельмгольца.

18. Компактная схема для уравнения теплопроводности.

19. Компактные схемы для уравнений колебаний струны и стержня.

20. Компактная схема для уравнения Эйлера – Хопфа. Сглаживатели.

**Литература**

*Основная*

1. *Федорюк М.В.* Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: URSS. 2023. –352 с.
2. *Федорюк М.В.*  Асимптотика: интегралы и ряды. – М.: URSS. 2020. –544 с.
3. *Арнольд В.И.*  Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: МЦНМО, 2018. – 181с.
4. *Федорюк М.В.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: URSS. 2017. – 448 с.
5. *Гордин В.А.* Дифференциальные и разностные уравнения. Какие явления они описывают и как их решать. – М.: Издательский Дом ВШЭ, 2016. – 34 c.
6. *Федорюк М.В.* Метод перевала. – М.: URSS. 2015. – 368 с.
7. *Арнольд В.И.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: МЦНМО, 2012. – 344 с.
8. *Гордин В.А.* Математика, компьютер, прогноз погоды и другие сценарии математической физики. – М.: Физматлит, 2010. – 733 с.

*Дополнительная литература*

1. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы. – М: БИНОМ "Лаборатория знаний", 2015. – 637 с.
2. *Арнольд В.И.* Геометрическая теория обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: МЦНМО, 2012. –384 с.
3. *Братусь А.В., Новожилов А.С., Платонов А.П.* Динамические системы и модели биологии. – М.: Физматлит, 2010. – 400 с.
4. *Арнольд В.И., Хесин Б.А.* Топологические методы в гидродинамике. – М.: МЦНМО, 2007. – 392 с.
5. *Баренблатт Г.И.* Автомодельные явления – анализ размерностей и скейлинг. – М.: Интеллект, 2009. – 216 с.
6. *Гордин В.А.* Как это посчитать? – М.: МЦНМО, 2005. – 280 с.
7. *Арнольд В.И.* Геометрия комплексных чисел, кватернионов и спинов. – М.: МЦНМО, 2002. – 40 с.
8. *Бабенко К.И.* Основы численного анализа. – М. – Ижевск: Регулярная хаотическая динамика, 2002. – 498 с.
9. *Беллман Р.*  Введение в теорию матриц. – М.: Рипол Классик, 2014.
10. *Гельфанд И.М.* Лекции по линейной алгебре. – М.: КДУ, 2009. –320 с.
11. *Гельфанд И.М., Шилов Г.Е.* Пространства основных и обобщенных функций. – М.: Добросвет, 2000.
12. *Гельфонд А.О.* Исчисление конечных разностей. Изд. 4-е, стер. – М.: URSS, 2006. – 373 с.

Подписано в печать 19.01.2024. Формат 60  84 1/16. Усл. печ. л. 0,25

Уч.-изд. л. 0,25. Тираж 100 экз. Заказ № 80.

Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования   
«Московский физико-технический институт

(национальный исследовательский университет)»

141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Тел. (495) 408-58-22, e-mail: [rio@mipt.ru](mailto:rio@mipt.ru)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Отдел оперативной полиграфии «Физтех-полиграф»

141700, Московская обл., г. Долгопрудный, Институтский пер., 9

Тел. (495) 408-84-30, e-mail: [polygraph@mipt.ru](mailto:polygraph@mipt.ru)